

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РОДОВЫХ СХВАТОК

Лахно И.В.

Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина

РЕЗЮМЕ

Описана математическая модель родовых схваток как автоколебаний в рамках системы «матка-плодо-амниотический комплекс».

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сократительная активность матки, синергетика, система «матка-плодо-амниотический комплекс», автоколебания

Сократительная деятельность матки представляет собой уникальный феномен, который во многом определяется контрактильной активностью миометрия. Однако в настоящее время хорошо известно, что сила мышечного сокращения не является абсолютным фактором, обеспечивающим раскрытие шейки матки [8, 14]. По данным исследователей, в цепи «схватка-раскрытие» существует промежуточное звено – гемодинамическая система миометрия [6, 17].

Неоспоримым является наличие эволюционно выработанного механизма внутримиометрального депонирования крови, который стал активным инструментом по формированию гидродинамического объема, выполняющего основную работу по деформационной реконструкции шейки матки в родах [13, 14, 17].

В 1988 году независимые авторы Савицкий Г.А. и Воскресенский С.Л. сформулировали дискретно-волновую теорию родов, согласно которой дискретность обусловлена наличием двух отдельных фаз: схватки и расслабления миометрия. Упругие волны деформации, возникающие благодаря перемещению крови по сосудистому сплетению мышечного слоя матки, обеспечивают раскрытие шейки по типу накачивания воздухом манжетки тонометра. Процесс продвижения плода по родовым путям матери осуществляется путем взаимного перемещения стенок матки и плодного яйца. При этом поступательное движение плода можно сравнить с перемещением в чреве удава проглоченной им крупной пищи [7, 14].

Фундаментальным следует считать положение об изометрическом характере сокращения беременной матки [13]. Согласно этой концепции роль “расе-maker”, вызывающего маточное сокращение, выполняет маточно-плацентарный контур кровообращения, кровь из которого обеспечивает эффект дорастяжения миоцитов и индукцию схватки. То есть силовое депонирование крови в сосудистые лакуны миометрия является основным фактором, оп-

ределяющим частоту и эффективность родовых схваток [13, 14, 17].

В 1971 году группа исследователей под руководством Scheffs I. успешно решила задачу построения математической модели маточно-плацентарного кровотока в зависимости от изменения внутриамниотического давления и особенностей внешнего венозного дренажа в сосуды малого таза [18]. В дальнейшем теоретические данные были полностью подтверждены объективными исследованиями [12, 14].

Таким образом,

$$V_p = \int (F_a - F_v) dt; \quad dV_p = (F_a - F_v),$$

где V_p – объем крови в плацентарном контуре;

F_a – приток артериальной крови к плаценте;

F_v – венозный отток от плаценты.

Предложенная модель впервые позволила признать положение о продолжающемся оттоке из интервилллёзного пространства и после прекращения венозного дренажа матки, то есть подтвердила наличие силового депонирования крови из маточно-плацентарного контура в лакуны мышечного слоя матки. Впоследствии эта модель была на долгие годы забыта и не получила логического продолжения.

Животный мир даёт нам поистине необозримое множество высоко упорядоченных и великолепно функционирующих структур. По-видимому, в биологической системе ничто не происходит без кооперации отдельных её частей на высоком уровне. Синергетические процессы позволяют биологическим системам «трансформировать» энергию, предварительно преобразованную на молекулярном уровне, в её макроскопические формы. Синергетические процессы проявляются в мышечном сокращении, приводящем ко всевозможным движениям, электрических колебаниях в коре головного мозга, образовании заряда у электрических рыб, распознавании зрительных и речевых образов и т.д.

Существует единый подход в описании

любых биологических процессов с точки зрения синергетики или «теории автоволн» [1, 2, 4, 9, 10, 11, 15, 16].

Из вышеизложенного следует, что родовой акт, по-видимому, является автоколебательным процессом, который определяется автоколебаниями системы «матка-плодо-амниотический комплекс». Автоколебания – это незатухающие колебания, поддерживаемые внешними источниками энергии в нелинейной диссипативной системе, вид и свойства которой определяются самой системой и не зависят от начальных условий [9]. Автоколебательные системы чрезвычайно распространены в природе и технике. К ним относятся оптические квантовые генераторы (лазеры), важнейшие функциональные системы живого организма (системы кровообращения, дыхание, речи), духовые и струнные музыкальные инструменты, переменные звёзды (цефеиды), автокаталитические химические реакции [1, 5, 11].

Представив себе, что в генерации автоколебаний системы «матка-плодо-амниотический комплекс» основную роль играют гемодинамические процессы в фетоплацентарной системе и миометрии, можно построить следующую модель:

$$\frac{d^2 V_p}{dt^2} = \frac{d}{dt}(F_a - V_p); \quad \frac{d^2 V_p}{dt^2} + w_o^2 V_p = 0,$$

где w_o – частота собственных колебаний.

Однако данное уравнение описывает идеальный случай в системе, лишённой всяких потерь. А «всякая идеализация рано или поздно мстит за себя» (цит. по Андронову А.А., 1956) [3].

Большинство окружающих нас в жизни нелинейных динамических систем в общем случае неконсервативны. Практически в любой системе присутствуют потери (трение, излучение, нагрев и т.д.), и обычно система не является энергетически изолированной: на нее действуют различные внешние силы и поля, как статические, так и переменные. Классики теории колебаний и волн неоднократно указывали, что принципиально новым свойством диссипативных систем, в которых колебательная энергия может не только диссипировать из-за потерь, но и пополняться из-за неравновесных неустойчивостей, является генерация автоколебаний [11, 15, 16]. Андронов А.А. более семидесяти лет назад назвал такие системы автоколебательными, впервые придав им чёткое математическое содержание, связав автоколебания с предельными циклами Пуанкаре [4].

Таким образом, реальная модель родовых схваток может быть сформулирована следующим образом:

$$\frac{d^2 V_p}{dt^2} + \frac{d}{dt}(F_a - V_p) + w_o^2 V_p = 0$$

Представленное уравнение практически соответствует математическому описанию генератора Ван-дер-Поля, – классическому примеру автоколебаний [3, 9, 19].

Совершенно очевидно, что дальнейшая работа в направлении построения более сложных моделей родового акта позволит глубже понять природу аномалий родовой деятельности, а также усовершенствовать их патогенетическую терапию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аладьев В.З. // В сб.: Параллельная обработка информации и параллельные алгоритмы. – Таллин: Валгус, 1981. – С. 211–277.
2. Андронов А.А. Мандельштам Л.И. // В кн.: Академик Мандельштам: К 100-летию со дня рождения. – М.: Наука, 1979. – 127 с.
3. Андронов А.А., Витт А.А. // Собрание трудов А.А. Андропова. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – С. 51–64.
4. Андронов А.А., Потрягин Л.С. // ДАН СССР. – 1937. – Т.14, № 5. – С. 247–250.
5. Бабский В.Г., Мышкис А.Д. // В кн.: Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях. – М.: Мир, 1983. – С. 383–394.
6. Воскресенский С.Л. // Акушерство и гинекология. – 1991. – № 5. – С. 34–37.
7. Воскресенский С.Л. // Акушерство и гинекология. – 1995. – № 2. – С. 44–48.
8. Воскресенский С.Л., Завтрак М.Т. // Акушерство и гинекология. – 1991. – № 4. – С. 29–32.
9. Горелик Г.С. // Колебания и волны. – М.: Изд-во физ. - мат. литературы, 1959. – 572 с.
10. Каннингхэм В. // Введение в теорию нелинейных систем / Пер. с англ. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – 456 с.
11. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. // Введение в теорию колебаний и волн. – М.: Наука, 1984. – 432 с.
12. Савицкий Г.А. // Акушерство и гинекология. – 1984. – № 7. – С. 9–12.
13. Савицкий Г.А., Шелковников С.А. // Акушерство и гинекология. – 1986. – № 12. – С. 12–24.
14. Савицкий Г.А. // Биомеханика раскрытия шейки матки в родах. – СПб.: Элби, 1999. – 117 с.
15. Хакен Г. Синергетика: // Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 432 с.
16. Хаяси Т. // Нелинейные колебания физических системах / Пер. с англ. – М.: Мир, 1968. – 432 с.
17. Laakso M. // Acta Obstet. Gynecol Scand. – 1976. – Vol. 55, № 2. – P. 137–139.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОЛОГОВИХ ПЕРЕЙМ

Лахно І.В.

Харківський національний університет ім. В.Н.Каразіна

РЕЗЮМЕ

Описана математична модель пологових перейм, як автоколивань у рамках системи «матка-плодово-амніотичний комплекс».

КЛЮЧОВІ СЛОВА: скоротлива активність матки, синергетика, система «матка-плодо-амніотичний комплекс», автоколивання

MATHEMATICAL MODEL OF THE UTERINE CONTRACTIONS IN LABOR

Lakhno I. V.

Kharkov National V.N. Karazin University

SUMMARY

The article presents a mathematical model of the uterine labor activity as continuous oscillations within the limits of the system of uterus-fetus-amnion.

KEY WORDS: contractive uterine activity, advanced synergetics uterus-fetus-amnion, continuous oscillations